

# New paradox in the special relativity

---

## Mass-spring-mass oscillator

**Category:** Relativity and Cosmology

**Title:** New paradox in the special relativity - mass-spring-mass oscillator

**Authors:** Randolph Rolff

**Comment:** 7 pages; German language  
Deutsch: Neues Paradoxon in der SRT–  
Masse-Feder-Masse-Schwinger

### Abstract

When calculating the resonance frequency of a fast moving mass-spring-mass oscillator, this contradicts the relativistic time dilation. The calculated frequency depends on the inertial system used for the calculation. There are indications that the elastic potential energy of a spring decreases with increasing speed and does not increase as predicted by the theory of relativity.

---

### Zusammenfassung

Bei der Berechnung der Resonanzfrequenz eines schnell bewegten Masse-Feder-Masse-Schwingers widerspricht diese, je nach zur Berechnung verwendetem Inertialsystem, der relativistischen Zeitdilatation. Es deutet sich an, dass die Spannenergie einer Feder mit Zunahme der Geschwindigkeit abnimmt und nicht, wie von der Relativitätstheorie vorhergesagt, zunimmt.

# Neues Paradoxon in der SRT

## Masse-Feder-Masse-Schwinger

© RANDOLF ROLFF  
POST@PHYSIK4D.DE

Kerpen, 15.11.2019

### Zusammenfassung

Bei der Berechnung der Resonanzfrequenz eines schnell bewegten Masse-Feder-Masse-Schwingers widerspricht diese, je nach zur Berechnung verwendetem Inertialsystem, der relativistischen Zeitdilatation. Es deutet sich an, dass die Spannenergie einer Feder mit Zunahme der Geschwindigkeit abnimmt und nicht, wie von der Relativitätstheorie vorhergesagt, zunimmt.

## 1 Betrachtetes System

Betrachtet wird ein idealer Masse-Feder-Masse-Schwinger (z.B. ein Quarzkristall) der in einer fliegenden Rakete schwingt. Die Besatzung der Rakete ist im Inertialsystem S, in dem der Oszillator in x-Richtung ruht und in y-Richtung schwingt.

Die Erde ist im Inertialsystem S', in dem die Rakete in x'-Richtung mit  $v'_x$  fliegt und der Oszillator transversal schwingt. Berechnet wird die Resonanzfrequenz  $\omega'$  des Oszillators im Inertialsystem der Erde.

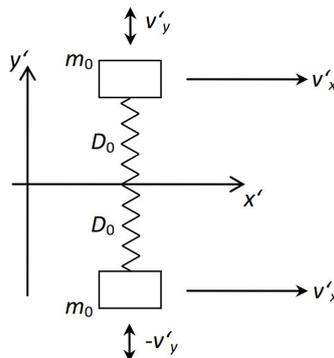


Abbildung 1: Oszillator

Im Ruhesystem S der Rakete und des Oszillators ist  $m_0$  die Ruhemasse einer der beiden schwingenden Massen und  $D_0$  die Federkonstante einer Federhälfte. Für die Oszillationsgeschwindigkeit soll  $v'_y \ll v'_x$  gelten.

Für die Lorentzfaktoren  $\gamma_0$ , zwischen den beiden Inertialsystemen S' und S, und  $\gamma$ , zwischen S' und der bewegten Masse  $m_0$ , gilt, mit  $c_0$  als Vakuumlichtgeschwindigkeit:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'_x{}^2}{c_0^2}}} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'_x{}^2 + v'_y{}^2}{c_0^2}}}$$

Wegen  $v'_y \ll v'_x$  kann  $\gamma$  mit einer Taylorreihe um  $v'_x$  angenähert werden zu:

$$\gamma \approx \gamma_0 + \frac{1}{2} \gamma_0^3 \cdot \frac{v'_y{}^2}{c_0^2} + \dots \approx \gamma_0 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2} \gamma_0^2 \cdot \frac{v'_y{}^2}{c_0^2} \right] = \gamma_0 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v'_y{}^2}{c_0^2 - v'_x{}^2} \right]$$

Zusätzlich gilt im hier betrachteten Fall  $v'_y{}^2 \ll c_0^2 - v'_x{}^2$  und es folgt:

$$\gamma \approx \gamma_0 \tag{1}$$

Für die in einer Federhälfte gespeicherten Spannenergie gilt:

$$E = \frac{1}{2} D_0 \cdot y^2$$

Für die Kraft F der Feder gilt:

$$F = \frac{dE}{dy} = D_0 \cdot y$$

Vom System S' der Erde aus gesehen ist diese Energie  $E'$  wegen der Bewegung mit  $v'_x$  größer. Es gilt:

$$E' = \gamma_0 \cdot E \tag{2}$$

Weiter soll im System S' (aus Sicht der Erde) gelten:

$$E' = \frac{1}{2} D'_0 \cdot y'^2$$

Dabei ist  $y' = y$ , da die Längen nennenswert nur in x-Richtung kontrahiert sind. Daraus folgt für die Federkonstante im System S':

$$D'_0 = \gamma_0 \cdot D_0 \tag{3}$$

und es folgt:

$$E' = \frac{1}{2} \cdot \gamma_0 \cdot D_0 \cdot y'^2 \tag{4}$$

Für die Kraft der Feder folgt:

$$F' = \frac{dE'}{dy'} = D'_0 \cdot y'$$

## 2 Ruhesystem S

Im Ruhesystem S der Rakete und des Oszillators gilt für die Schwingungsgleichung folgendes Kräftegleichgewicht:

$$\frac{dp_y}{dt} + D_0 \cdot y = 0$$

Dabei ist  $p_y$  der Impuls der Masse  $m_0$  in  $y$ -Richtung zur Zeit  $t$ .  
Es folgt:

$$\frac{d(m_0 \cdot v_y)}{dt} + D_0 \cdot y = 0$$

Wegen  $v_y \ll c_0$  folgt:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{D_0}{m_0} \cdot y = 0$$

Mit  $\omega_0 = \sqrt{\frac{D_0}{m_0}}$  und passender Anfangsbedingung erhält man folgende Schwingungsgleichung:

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$$

Wegen der Zeitdilatation gilt im System S' der Erde:  $\Delta t' = \gamma_0 \cdot \Delta t$   
Man erhält damit als Schwingungsgleichung aus Sicht der Erde:

$$y'(t') = \hat{y}' \cdot \sin\left(\frac{\omega_0}{\gamma_0} \cdot t'\right) \quad (5)$$

d.h., eine Schwingung mit der reduzierten Kreisfrequenz  $\omega'_1 = \frac{\omega_0}{\gamma_0}$ .

### 3 System der Erde S'

Im System S' der Erde bewegt sich der Oszillator mit der Rakete mit  $v'_x$ . Die Schwingung des Oszillators kann alternativ direkt vom System der Erde aus berechnet werden. Es gilt folgendes Kräftegleichgewicht für die Schwingungsgleichung:

$$\frac{dp'_y}{dt'} + D'_0 \cdot y' = 0$$

Dabei ist  $p'_y$  der relativistische Impuls der Masse  $m_0$  in  $y'$ -Richtung zur Zeit  $t'$  im System S'.

Es folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d(\gamma \cdot m_0 \cdot v'_y)}{dt'} + D'_0 \cdot y' &= 0 \\ m_0 \cdot \frac{d\gamma}{dt'} \cdot v'_y + \gamma \cdot m_0 \cdot \frac{dv'_y}{dt'} + D'_0 \cdot y' &= 0 \end{aligned}$$

Wegen  $v'_y \ll v'_x$  gilt gemäß (1)  $\gamma \approx \gamma_0 = \text{const.}$ , damit  $\frac{d\gamma}{dt'} \rightarrow 0$ , und es folgt :

$$\gamma_0 \cdot m_0 \cdot \frac{dv'_y}{dt'} + D'_0 \cdot y' = 0$$

$$\frac{d^2 y'}{dt'^2} + \frac{D'_0}{\gamma_0 \cdot m_0} \cdot y' = 0 \quad (6)$$

Mit (3) folgt:

$$\frac{d^2 y'}{dt'^2} + \frac{D_0}{m_0} \cdot y' = 0$$

Mit  $\omega'_2 = \sqrt{\frac{D_0}{m_0}} = \omega_0$  und passender Anfangsbedingung erhält man folgende Schwingungsgleichung:

$$y'(t) = \hat{y}' \cdot \sin(\omega_0 \cdot t') \quad (7)$$

## 4 Paradoxon

Beim Berechnen der Schwingungsgleichung aus dem Ruhesystem S heraus gilt für die Schwingung vom System S' der Erde aus gesehen eine Kreisfrequenz

$$\omega'_1 = \frac{\omega_0}{\gamma_0}$$

mit der Schwingungsgleichung (5).

Bei direkter Berechnung im System S' der Erde gilt für die selbe Schwingung jedoch die Kreisfrequenz

$$\omega'_2 = \omega_0$$

mit der Schwingungsgleichung (7).

Der Oszillator kann aber nicht mit zwei Kreisfrequenzen gleichzeitig schwingen. D.h., dass mindestens eine der beiden Berechnungen falsch sein muss.

## 5 Schlussfolgerung

Zum obigen Paradoxon sind folgende drei Begründungsmöglichkeiten zu unterscheiden:

- a) Es könnte noch ein Fehler in obigen Überlegungen versteckt sein. Diesen zu finden soll von dieser Veröffentlichung unterstützt werden.
- b) Es könnte sein, dass die Lorentz-Transformation im Falle eines Masse-Feder-Oszillators nicht gilt und der bewegte Oszillator nicht langsamer schwingt.
- c) Es könnte sein, dass die Spannenergie einer Feder bei Bewegung nicht zunimmt, sondern abnimmt.

Zu b): Da eine bewegte Atomuhr nachweislich langsamer läuft erscheint es eher wahrscheinlich, dass auch ein bewegter Masse-Feder-Oszillator langsamer laufen wird. Auf jeden Fall würde eine nicht verlangsamte Oszillation dem Relativitätsprinzip widersprechen, da sich ein mit einer Rakete bewegter Oszillator und eine mitfliegende Atomuhr desynchronisieren würden.

Zu c): Zur Berechnung dieser Möglichkeit wird in Gleichung(6) statt  $D'_0$  ein noch zu bestimmendes  $D'_1$  eingesetzt und es folgt:

$$\frac{d^2 y'}{dt'^2} + \frac{D'_1}{\gamma_0 \cdot m_0} \cdot y' = 0$$

Das Ergebnis soll die als korrekt angenommene Schwingungsgleichung (5) aus Sicht der Erde sein:

$$y'(t') = \hat{y}' \cdot \sin\left(\frac{\omega_0}{\gamma_0} \cdot t'\right)$$

d.h., eine Schwingung mit der reduzierten Kreisfrequenz  $\omega'_1 = \frac{\omega_0}{\gamma_0}$ . Dazu muss gelten:

$$\omega'_1 = \sqrt{\frac{D'_1}{\gamma_0 \cdot m_0}}$$

und es folgt:

$$\begin{aligned} D'_1 &= \gamma_0 \cdot \omega'^2_1 \cdot m_0 = \frac{\omega_0^2 \cdot m_0}{\gamma_0} \\ D'_1 &= \frac{D_0}{\gamma_0} \end{aligned} \tag{8}$$

Die bewegte Feder ist damit schwächer als die ruhende und für die Spannenergie der bewegten Feder gilt  $E'_1 = \frac{E}{\gamma}$  im Gegensatz zur Gleichung (2). Die Spannenergie nimmt durch Bewegung ab.

Wenn die durch die Oszillation verursachte kinetische Energie durch die Bewegung der Rakete zunimmt, die entsprechende Spannenergie jedoch abnimmt, würde die Gesamtenergie des bewegten Oszillators aus Sicht der Erde mit der Oszillation schwanken. Wegen dem Energieerhaltungssatz würden sich die Amplituden der Bewegung und der Oszilationsgeschwindigkeit anpassen, was wiederum aus Sicht der Rakete bemerkbar wäre und dem Relativitätsprinzip widerspricht.

Dieses Paradoxon ist bis jetzt messtechnisch völlig unbedeutend, da die Elektron-Bindeenergie im Atom sehr klein im Vergleich zur Energie der Masse des Atoms ist. Ob diese Bindeenergie zu- oder abnimmt ist daher aktuell nicht messbar. Für die theoretische Physik ist das Paradoxon jedoch sehr folgenreich, da es zeigt, dass das Relativitätsprinzip nicht haltbar ist.