Великая теорема Ферма (без n=2^t). Единый метод

Памяти МАМЫ

Теорема. Уравнение
0°) $Xm=Zm-Ym$, где число m (=tn) содержит простой сомножитель $n>2$, не имеет решения в целых положительных числах.

Основы теории простого числа и равенства Ферма 0°:
Все числа рассматриваются в системе счисления с простым основанием n>2. Простейшие доказательства и вычисления из школьной программы не приводятся.

Обозначения.
A', A'', $A(k)$ **–** первая, вторая, k-я цифра от конца в числе A;
$A[k]$ **–** k-значное окончание числа A (т.е. $A[k]=A \bmod nk$);

При подстановке $Xt=An; Zt=Bn; Yt=Cn$ равенство 0° сводится к равенству
1°) ($D=...$) $An+Bn-Cn=0$, откуда, используя формулы разложения:
2°) ($D=...$) $(C-B)P+(C-A)Q-(A+B)R=0$.

3°) После деления равенства 1° на Tn, где T есть НОД чисел A, B, C, числа A, B, C с новыми значениями становятся попарно взаимно простыми.

4°) **Теорема**. При $A' \neq 0$, $B' \neq 0$, $C' \neq 0$ числа в парах $(C-B, P)$; $(C-A, Q)$; $(A+B, R)$ в равенстве 2° являются взаимно простыми. Истинность утверждения следует из представления числа P (аналогично чисел Q и R) в его формуле разложения в виде
4a°) $P=S(C-B)2+nC(n-1)/2B(n-1)/2$, где $C-B$, C и B взаимно простые.

4b°) **Следствие из 4° и 4a°**. Если $A' = nkA°$, где $A°' \neq 0$, то $P' = 0$, $P'' \neq 0$, $C-B=annkn-1$;

4c°) **Следствие из 4°**. Если $(ABC)' \neq 0$, то $C-B=an$; $C-A=bn$; $A+B=cn$; $P=pn$; $Q=qn$; $R=rn$.

5°) Если $A' \neq 0$, то $(An-1)' = 1$ [малая теорема Ферма].

6°) Если $(ABC)' \neq 0$, то [следствие из 1°, 2° и 5°] $P'=Q'=R'=1$, откуда

7°) $P[2]=Q[2]=R[2]=01$ [бином Ньютона для числа $A=(A°n+1)n$], 8°) Следовательно [4c° и бином Ньютона], $p'=q'=r'=1$.

9°) Следовательно [2° и 7°], если $(ABC)'\neq 0$, то $(A+B-C)[2]=0$.

10°) Следовательно [9°], $(A+B-C)'=0$.

11°) Следовательно [9° и 10°], $(A+B-C)''$ равна либо 0, либо $n-1$.

12°) **<u>Теорема</u>.** Все n цифр $(gt)'$, где $0<g<n$ и $t=1, 2, ... n$, различны.

13°) **<u>Следствие</u>.** Для заданной цифры $g\neq 0$ существует такая цифра t, что $(gt)' = 2$

13a°) Если $A' \neq 0$ и $A[2]=An[2]$, то для заданного $A[t]$ существует такое gnn, что $(Agnn)[t]=1$.

14°) **<u>Теорема</u>.** Сумма $S=1n+2n+...(n-1)n$ оканчивается на 00 и цифра S''' равна $(n-1)/2$.

15°) **<u>Следствие</u>.** Если $(ABC)'\neq 0$ и $(A' n+B' n-C' n)[2]=0$, то $E''' = (A' n+B' n-C' n)''' >0$ [в противном случае сумма $[(A' n+B' n-C' n)tin]''' = 0$ $(i=1, 2, \dots n-1)$, а не $(n-1)/2$].

16°) Цифра $An(k+1)$ однозначно определяется окончанием $A[k]$ и, следовательно, окончание $An[2]$ не зависят от цифры A''. Факт вытекает из записи числа A в виде $A=dn+A'$ и разложения бинома $An=(dn+A')n$.

17°) Если $A=A°n2n+1$, то $(A°n2n+1)n=...+[(n-1)/2]A°2n4n+A°n2n+1+1$ [см. бином Ньютона].

18°) Если $An=Xn4n+1+A°n2n+1+1$, где $A°<nn$, то $A=...+A°n2n+1$ [17°].

19°) В равенстве 3° число $D=E+F$, где $E = A' n+B' n-C' n$ и $F=(A''+B''-C'')n2+Gn3$.

***

Доказательство ВТФ. Случай I [(ABC)'≠0]

С помощью умножения равенства 3° на некоторое g*nnn* [при этом свойства 4b°-13a°сохраняются!] мы превращаем цифру *E'''* в *2* [15° и 13°].

И из биномов Ньютона для чисел *A*, *B*, *C* [19°] видно, что для ее обнуления нужно, чтобы цифра (*A''+B''-C'')'* была равна *n-2*. Однако она равна либо 0, либо n-1 [11°], и равенство 1° по третьей цифре не выполняется.

Второй случай [например A'=0, но (BC)'≠0]

Итак, пусть для взаимно простых натуральных *A* [*A=nkA°*], *B* и *C*

20°) *An=Cn-Bn* и *Cn-Bn=(C-B)P*, где *(C-B)[kn-1]=0*, *P=P°n*, *An=nknA°n* [4b°].

С помощью умножения равенства 20° на соответствующее число *gnnn* преобразуем окончание числа *B* длиной в *3kn* цифр в *1* [13a°]. После чего [4b°] в новом 20°

21°) *A=ank*, *C=cnkn-1+1*, *B=...n3kn+1*; *An=A°nnkn*, *Cn=C°nkn+1=...cnkn+1*, *Bn=...n3kn+1+1*.

После этого мы оставим в числах *A°*, *B*, *C* лишь последние цифры *a*, *1*, *1* и вычислим (*3kn-2*)-значные окончания чисел *An* и *Cn* (при этом *B[3kn]=1*):

22°) *a* ⇒ *an[n]*; ⇒ *c[n]=an[n]*, ⇒ [21°] *Cn=...+c[n]nkn+1=...+an[n]nkn+*, ⇒ *C* [18°]:

23°) *C=(...+c[n]nkn+1)1/n=...+an[n]kn-1+1* ⇒ *Cn* [17°]:

24°) *Cn=...[(n-1)(n-2)/6]a3nn3kn-2+2nn2kn-1+annkn+1*, ⇒ *An* [21°]:

25°) *An=...[(n-1)(n-2)/6]a3nn3kn-2+2nn2kn-1+annkn=*

=annkn{...[(n-1)(n-2)/6]a2n2kn-2+[(n-1)/2]annkn-1+1}, где выражение в фигурных скобках является n-й степенью [18°] числа *...[(n-1)/2]annkn-2+1*, то есть [17°]:

26°) *An=annkn{...[(n-1)(n-1)(n-1)/2nn2kn-3+[(n-1)/2]annkn-1+*, или

26a°) *An=...[(n-1)(n-1)(n-1)/8]a3nn3+[(n-1)/2]a2nn2kn-1+annkn*.

И теперь, сравнивая 24° и 26a°, мы имеем противоречие равенства 21 по цифре (*3kn-2*): в 26a° она НЕ равна нулю, а в 24° она равна нулю!

При этом, как видно из 24° и 26a°, восстановление всех предыдущих цифр в числе *A*° исправить это противоречие не может, поскольку оно определяется лишь цифрой *a'*.

Тем самым великая теорема Ферма доказана.

Апрель, 2019

Виктор Сорокин

victor.sorokine@gmail.com