Aplicação do zero e sincronização de números Primos

Teorema e Condição dos Primos Gêmeos

Pereyra, P.H.©

pereyraph@gmail.com

Resumo

É estabelecida uma condição discreta para números primos gêmeos utilizando o teorema de Wilson. Por sincronização é obtida uma equação diofantina linear que implica pelo teorema de Bertrand Chebyshev na existência de infinitos números primos gêmeos.

Nota: este artigo contém programação algébrica avançada de matemática elementar, aconselha-se leitura repetida.

O teorema Bertrand Chebyschev [2] localiza no mínimo um número primo P tal que

$$n < P < 2n \qquad n \in N \tag{1}$$

para $n > 1$.

Queremos sincronizar um número primo gêmeo [5] *P+2* ou *P-2* para o primo localizado em (1).

Para isto estabelecemos a condição de primos gêmeos pelo teorema de Wilson [3] para algum $i \in N,\ i > 0$ como ímpares

$$(2i)! + 1 = A(2i + 1) \qquad A \in Z \tag{2}$$

e

$$(2i + 2)! + 1 = B(2i + 3) \qquad B \in Z \tag{3}$$

de onde subtraindo (2) de (3) resulta a equação diofantina linear [1],[4]

$$B(2i + 3) - A(2i + 1) = (2i + 2)! - (2i)! \tag{4}$$

que possui soluções inteiras [1],[4] (A, B) já que $mdc\big((2i + 1), (2i + 3)\big) = 1$.

Surge aqui a dificuldade de que nem sempre é possível escrever a quantidade do lado direito de (4) como $(2i + 2)! - (2i)!$ para todo *i*, e não necessariamente $(2i + 1)$ e $(2i + 3)$ serão primos gêmeos.

Devemos mostrar então que sempre é possível escrever a quantidade do lado direito de (4) como $(2i + 2)! - (2i)!$ para algum *i* que parametriza $P = (2i + 1)$ ou $P = (2i + 3)$ no intervalo dado por (1).

Considerando $(2i + 1)$ como primo localizado por (1) e somando para algum $K \in Z$ $(-A + K)$ unidades de $(2i + 1)$ do lado direito e esquerdo de (4) resulta

$$B(2i+3)-(A-A+K)(2i+1)=(2i+2)!+1-K(2i+1) \quad (5)$$

e

$$B(2i+3)-K(2i+1)=(2i+2)!+1-K(2i+1) \quad (6)$$

que possui solução inteira [1],[4] (B,K) já que $mdc\big((2i+1),(2i+3)\big)=1$, logo

$$B(2i+3)=(2i+2)!+1 \quad (7)$$

sincroniza um primo gêmeo $(2i+3)$.

Este resultado valida os casos em que $P=(2i+1)$ ou $P=(2i+3)$ parametrizam um primo *P* localizado por (1) incluindo os casos de fronteira em que $P=n+1$ ou $P=2n-1$.

Por (1) concluímos que existem infinitos primos gêmeos.

Segue que a existência de primos gêmeos é uma condição necessária para a validade do teorema de soluções de equações diofantinas lineares [1],[4] , e o teorema de Bertrand Chebyshev implica que existem infinitos primos gêmeos. Podemos afirmar que a existência de um primo *P* no intervalo dado por (1) implica que existe também neste intervalo no mínimo um primo gêmeo.

Denomina-se aqui esta técnica de sincronização também como aplicação do zero.

Referências:

[1] Elementary Number Theory , Edmund Landau

[2] http://mathworld.wolfram.com/BertrandsPostulate.html

[3] http://mathworld.wolfram.com/WilsonsTheorem.html

[4] http://mathworld.wolfram.com/DiophantineEquation.html

[5] http://mathworld.wolfram.com/TwinPrimes.html