FLORENTIN SMARANDACHE

Asupra unei metode a lui W. Sierpinski de rezolvare în numere întregi a ecuațiilor liniare

In Florentin Smarandache: "Collected Papers", vol. II. Chisinau (Moldova): Universitatea de Stat din Moldova, 1997.

ASUPRA UNEI METODE A LUI W.SIERPINSKI DE REZOLVARE ÎN NUMERE INTREGI A ECUAŢIILOR LINIARE

În nota următoare se fac câteva remarci privind metoda expusă de Sierpinski în [1], remarci ce au ca scop simplificarea şi extinderea acestei metode (vezi [2]).

Fie o ecuaţie liniară $a_1x_1 + \ldots + a_nx_n = b$ având coeficienţii numere întregi.

a) În cazul în care un coeficient a_i este negativ W.S. înlocuieşte necunoscuta x_i cu $-x_i$ pentru ca toţi coeficienţii să fie pozitivi.

Considerăm că această înlocuire nu este necesară, deoarece în rezolvare nu întâmpinăm dificultăţi cauzate de coeficienţii negativi, şi apoi se măreşte inutil numărul variabilelor - fie ele şi auxiliare; (chiar în [1], în momentul când se compară coeficienţii ar putea fi consideraţi în valoare absolută).

b) Dacă doi din ceficienţii $a_1, \ldots, a_n$ ar fi egali, de exemplu $a_1 = a_2$, W.S. punea $x_1 + x_2 = x$, în care ideea de a micşora numărul necunoscutelor; considerăm că aceast pas poate fi extins, şi anume dacă $a_1 = \pm a_2 = \ldots \pm a_k$ putem lua $x_1 \pm x_2 \pm \ldots \pm x_k = x$ semnele fiind corespunzătoare coeficienţilor, (substituţie care nu lasă să se întrezăreascăîn [1] p. 94); putem extinde chiar mai mult; dacă spre exemplu coeficienţii $a_1, a_2, \ldots, a_r$ au un divizor pozitiv comun $d \neq 1$, deci $a_i = da'_i, i = 1, \ldots, r$, atunci se notează $a'_1x_1 + \ldots + a'_rx_r = x$, şi reducerea numărului de necunoscute este mai masivă; de fiecare dată ecuaţia nou obţinută are mai puţine necunoscute, şi este echivalentă cu prima; justificarea rămâne aceeaşi ca în [1].

c) Apoi W.S. alege cel mai mare coeficient (toţi presupuţi de el fiind naturali), a_1 de exepmlu, şi prin împărţirea întregă la un altul, a_2 să zicem se obţine $a_1 = a_2 \cdot p + a'_2, p \in N$, înlocuindu-se $x'_1 = px_1 + x_2, x'_2 = x_1, a'_1 = a_2$ deducând astfel la reducerea coeficientului cal mai mare; considerăm că nu este în mod forfetar să se efectuieze această operaţie având drept coeficient pe cel mai mare (în modul), ci să se aleagă acei coeficienţi a_i şi a_j pentru care împărţirea întreagă să aibă forma $a_i = pa_j \pm r$ cu $r = 1$ sau, dacă nu e posibil, în aşa fel ca restul să fie cât mai mic în modul, nenul (vezi [2], capitolul "Another whole number algorithm to solve linear equations (using congruency)" p. 16-21) deoarece se caută să se obţină printr-un număr cât mai mic de paşi coeficientul ± 1 pentru cel puţin una din necunoscute (este posibil să se obţină acest coeficient în cazul în care ecuaţia admite soluţii întregi - vezi [2], p. 19, Lemma 5); iar în alte cazuri se alege chiar cel mai mic (!) coeficient în modul (din aceleaşi considerente - vezi [2], capitolul "A whole number algorithm to solve linear equations" p. 11-15), alteori un coeficient intermediar între aceste extreme; (vezi [2] p. 14, Note); această operaţie este mai importantă, decât a) şi b) şi ar fi deci indicat să se execute prima-aplicarea ei făcând apoi inutilă folosirea celorlalte.

Ca **exemplu** vom prelua aceeaşi ecuaţie din [1] p. 95, pe care o vom rezolva în conformitate cu cele expuse aici $6x+10y-7z=11$. **Soluţia I.** $-7=6(-1)-1$ şi $6(x-z)-z+10y=11$, deci am obţinut din primul pas coeficientul -1. Notând $x-z=t\in Z$, atunci $z=6t+10y-11$ de unde $x=t+z=7t+10y-11$, iar y este arbitrar în Z.**Soluţia II.** $6(x+2y-z)-2y-z=11$ şi tot din primul pas am obţinut coeficientul -1. Punând $x+2y-z=u\in Z$ obţinem $6u-2y-z=11$ şi astfel $z=6u-2y-11$. Rezultă $x=u-2y+z=7u-4y-11$ cu $y\in Z$ arbitrar. Observăm că cele două soluţii sunt diferite ca expresie între ele ţi diferite de cea dată de W.Sierpinski în [1], p. 95, dar toate trei sunt echivalente ca soluţii generale pentru ecuaţia dată (vezi [3], sau [2] p. 4-10).

Bibliografie

[1] Sierpinski Waclaw, "Ce ştim şi ce nu ştim despre numerele prime", Ed. Ştiinţifică, Bucureşti, 1966, p. 93-95.

[2] Smarandache Florentin, "Whole Number Algorithms to solve linear equations and systems", Ed. Scientifiques, Casablanca, 1984.

[3] Smarandache Florentine Gh., "General Solution Properties in Whole Numbers for Linear Equations", Buletinul Univ. Braşov, seria C matematică, Vol. XXIV, 1982.

["Gamma", Braşov, Anul VIII, Nr. 1, Octombrie 1985, pp. 7-8.]